

Absolutbelopp

För varje reellt tal x definieras *absolutbeloppet* $|x|$ av x som ett reellt tal som

$$|x| = \begin{cases} x & \text{om } x \geq 0 \\ -x & \text{om } x \leq 0 \end{cases}$$

Observera att för $x = 0$ gäller båda fallen och vi ser att

$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vi läser att ”absolutbeloppet av x är lika med noll om och endast om $x = 0$ ”.

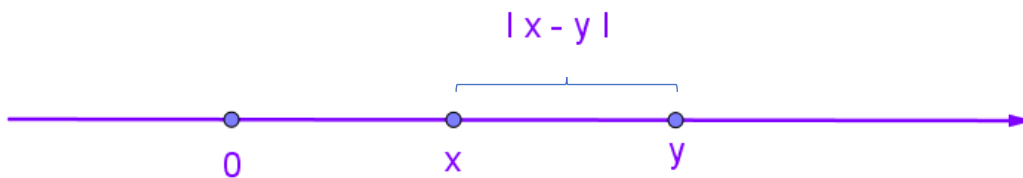
Dessutom ser vi att

$$|-x| = |x| \geq 0 \text{ för alla reella tal } x.$$

Till exempel är $|3| = 3$ och $|-3| = -(-3) = 3$. Av definitionen följer också att

$$|x-y| = \begin{cases} x-y & \text{om } x-y \geq 0 \\ -(x-y) & \text{om } x-y \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x-y| = \begin{cases} x-y & \text{om } x-y \geq 0 \\ y-x & \text{om } x-y \leq 0 \end{cases} \text{ där } x \text{ och } y \text{ är reella tal.}$$

På en tallinje betyder det att $|x-y|$ är *avståndet* mellan punkterna x och y oberoende av hur det ligger i förhållande till varandra. Detta illustreras i figuren nedan.



Vi ser också att $|x| \leq k \Leftrightarrow -k \leq x \leq k$ för reella tal x och k .

Observera också att

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & \text{om } x \geq 0 \\ -x & \text{om } x \leq 0 \end{cases} \text{ för alla reella tal } x.$$

Till exempel är $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = |3| = 3$ på samma sätt som $\sqrt{9} = \sqrt{(-3)^2} = |-3| = -(-3) = 3$.

Kvadratroten

Kvadratroten \sqrt{a} ur reellt tal $a \geq 0$ definieras som ett reellt tal $x \geq 0$ sådant att $x^2 = a$ dvs.

$$x = \sqrt{a} \Leftrightarrow x^2 = a \text{ och } x \geq 0.$$

Övningar:

1. Förenkla

a. $\sqrt{5 \cdot 125}$

b. $\sqrt{\frac{64}{289}}$

c. $\sqrt{\frac{484}{11}}$

2. Bestäm alla lösningar till

a. $x^2 = 200$

b. $\frac{x^4}{4} = \frac{25}{16}$

c. $x^2 + 2x + 1 = 10$

3. Förenkla

a. $3\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 2\sqrt{80}$

b. $\sqrt{x^3} + \frac{1}{2}\sqrt{36x^3} - \frac{2x}{3}\sqrt{9x}$, där $x > 0$

4. Skriv om följande uttryck med hjälp av definitionen för absolutbelopp

a. $|m^2|$

b. $|m - n|$, då $m < n$

c. $|m - n|$, då $m > n$

d. $|-m|$, då $m < 0$

Svar:

1.

b. 25

c. $\frac{8}{17}$

d. $2\sqrt{11}$

2.

a. $x = \pm 10\sqrt{2}$

b. $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

c. $x = -1 \pm \sqrt{10}$

3.

a. $13\sqrt{5}$

b. $2x\sqrt{x}$, $x > 0$

4.

a. m^2

b. $n - m$

c. $m - n$

d. $-m$

Om absolutbelopp och kvadratroten för 764608
By Malgorzata Wesolowska